

**OPTIMISASI MODEL PERSEDIAAN *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY (EPQ) MULTI ITEM* DENGAN KENDALA INVESTASI DAN KAPASITAS PENYIMPANAN PADA GUDANG PRODUK AKHIR (CONTOH STUDI KASUS DI POLITEKNIK ATK YOGYAKARTA)**

**SIGIT SUSANTO**

Program Studi Teknologi Pengolahan Karet Plastik, Politeknik ATK Yogyakarta  
Jl. Ringroad Selatan, Glugo, Panggunharjo, Sewon, Bantul  
[www.atk.ac.id](http://www.atk.ac.id) E-mail: info@atk.ac.id

**ABSTRAK**

Dari latar belakang kondisi perusahaan yang menghasilkan beberapa produk (yaitu tas, jaket, dan sepatu), terbatasnya modal atau kendala investasi, terbatasnya kapasitas penyimpanan dan sistem riilnya berupa lingkungan produksi, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut: Bagaimana merumuskan model persediaan pada lingkungan produksi (model *Economic Production Quantity/EPQ*) yang dibatasi oleh kendala investasi dan kendala kapasitas penyimpanan? Setelah perumusan model diperoleh, dilanjutkan dengan pencarian solusi terhadap model tersebut yang dilakukan menggunakan *lagrange multiplier* yang meminimumkan total biaya persediaan tanpa melebihi kendala kapasitas penyimpanan maupun kendala investasi.

**Kata kunci:** *multi item*, kendala investasi dan kapasitas penyimpanan, *Economic Production Quantity*, *lagrange multiplier*.

**ABSTRACT**

From the background of the company which produces several products ( ie bags, jackets , and shoes ) , limited capital or investment constraints , the limited storage capacity and the real system in the form of the production environment , obtained the formulation of the problem as follows: How to formulate a model of inventory in the production environment (model *Economic Production Quantity / EPQ* ) which is limited by the constraints of the investment and storage capacity constraints ? After the formulation of the model is obtained , followed by a search for solutions to the model were performed using *lagrange multiplier* that minimizes total inventory costs without exceeding storage capacity constraints and constrain to investment.

**Keywords :** *multi items* , constrain to investment and storage capacity , *Economic Production Quantity* , *lagrange multiplier* .

## **PENDAHULUAN**

### **Latar Belakang**

Produk akhir yang dihasilkan dari proses produksi di Politeknik ATK Yogyakarta berupa sepatu, tas, jaket, dan lain-lain (dengan kata lain *multi item*). Produk-produk tersebut biasanya diletakkan pada ruang untuk disimpan sekaligus ditampilkan sebagai media untuk promosi dan memberikan edukasi kepada yang memerlukan. Berdasarkan wawancara yang telah dilakukan diketahui bahwa permintaan terhadap produk-produk yang dihasilkan untuk ditampilkan relatif sedikit atau kurang daripada ruang penyimpanan yang tersedia. Dengan kata lain banyak ruang penyimpanan (media *display*) yang kosong sehingga menyebabkan berkurangnya media (produk-produk yang dihasilkan) untuk promosi dan melakukan edukasi.

Berdasarkan wawancara, hal tersebut dikarenakan oleh keterbatasan anggaran untuk menghasilkan lebih banyak produk untuk ditampilkan (dengan kata lain kendala investasi). Agar tersedia cukup produk-produk yang ditampilkan, maka perlu dilakukan produksi untuk memenuhi kapasitas penyimpanan dengan tetap memperhatikan kendala investasi.

### **Rumusan Masalah**

Dari latar belakang di atas yang berisi kondisi perusahaan yang menghasilkan beberapa produk, terbatasnya modal atau kendala investasi, terbatasnya kapasitas penyimpanan dan referensi yang digunakan serta celah penelitian yang diperoleh, maka dapat diperoleh rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana merumuskan model persediaan pada lingkungan produksi (model *Economic Production Quantity/EPQ*) yang dibatasi oleh kendala investasi dan kendala kapasitas penyimpanan?
2. Bagaimana mendapatkan solusi untuk model persediaan yang dikembangkan?

## Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang diperoleh yaitu:

- a. Menjadi tambahan informasi dalam bidang penelitian khususnya pada bidang pengendalian persediaan (dalam hal ini sebagai *theoretical contribution*).
- b. Menjadi usulan bagi unit produksi di Politeknik ATK Yogyakarta dalam pengelolaan pengendalian persediaan produk-produk yang dihasilkannya (dalam hal ini sebagai *managerial implication*).

## Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka dapat diperoleh tujuan penelitian sebagai berikut ini:

1. Menghasilkan rumusan fungsi tujuan model persediaan pada lingkungan

produksi untuk *multi item* dengan menggunakan  $\sum_{i=1}^n$  dimana  $i$  sampai dengan  $n$  merupakan banyaknya *item* dari 1 sampai dengan  $n$ .

2. Menghasilkan perumusan model persediaan yang dibatasi oleh kendala investasi dan kapasitas penyimpanan dengan menambahkan persamaan kendala investasi dan menambahkan persamaan kendala kapasitas penyimpanan terhadap fungsi tujuannya.
3. Mendapatkan solusi optimal terhadap model yang dikembangkan.

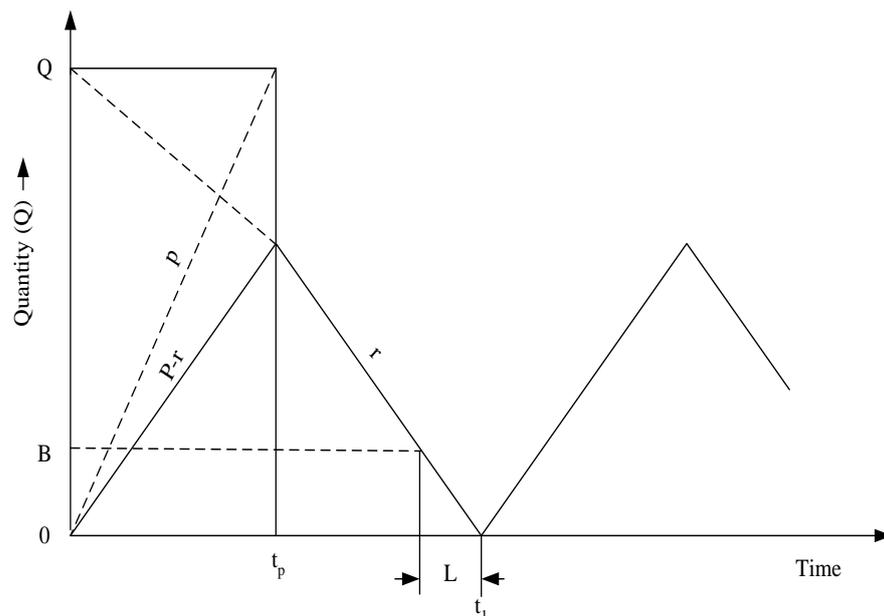
## LANDASAN TEORI

Menurut Sipper, D and Bulfin, R.L., Jr (1998), Model EOQ dasar merupakan suatu model persediaan dengan *item* tunggal. Untuk model persediaan dengan *item* yang lebih dari satu maka cara menghitungnya adalah dengan menghitung EOQ untuk setiap *item* terlebih dahulu. Dengan kata lain, perusahaan memperlakukan satu sistem dengan *multi item* sebagai *multi* sistem dengan satu *item*. Cara ini dirasa cukup saat tidak ada interaksi di antara *item* dan tidak ada batasan dalam penggunaan sumber daya secara umumnya. Sumber daya tersebut meliputi kemampuan investasi, kapasitas penyimpanan atau keduanya. Karena pendekatan EOQ dasar tidak sesuai lagi yang dikarenakan oleh sumber daya tersebut terbatas dan hasil yang diperoleh melebihi kendala sumber daya tersebut,

maka diperlukan suatu modifikasi terhadap model EOQ dasar yang menghasilkan model persediaan dengan multi item dan dibatasi oleh kendala investasi dan kapasitas penyimpanan. Sedangkan untuk mendapatkan solusi terhadap model yang dikembangkan digunakan pendekatan lagrange multiplier, dimana  $\lambda$  merupakan lagrange multiplier. Multiplier disini bertindak sebagai suatu penalti untuk mengurangi setiap  $Q_i$  untuk meminimumkan biaya yang masih memenuhi kendala. Persamaan lagrange terdiri atas fungsi tujuan dan kendala.

Menurut Ballou, R.H., (1999), asumsi yang digunakan pada model *Economic Order Quantity* (EOQ) yaitu pasokan diterima/masuk ke penyimpanan secara seketika (*instantaneous*). Sedangkan pada proses produksi atau manufaktur pasokan diterima/masuk ke penyimpanan terjadi berangsur-angsur (*noninstantaneous*) sehingga kuantitas pesannya menjadi proses produksi atau pesanan produksi. Untuk memperolehnya, rumus kuantitas pesanan dari *Economic Order Quantity* (EOQ) dasarnya dimodifikasi menjadi sebagai berikut:  $Q_p^*$ .

Menurut Tersine, (1994), berikut merupakan Model *Economic Production Quantity* (EPQ) Dasar.



Gambar 1. Model EPQ Dasar (EPQ Deterministik)

Rumus:

Total Biaya Persediaan = Biaya Produksi + Biaya Persiapan + Biaya Simpan

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ(p-r)}{2p} \quad \dots\dots(1)$$

Ukuran produksi ekonomis,

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CRp}{(H)(p-r)}} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Dengan asumsi sebagai berikut:

1. *Constant Demand Rate* (barang diambil dari persediaan dengan kecepatan permintaan yang tetap) karena sudah memiliki pelanggan.
2. *Constant Production Rate* (kecepatan produksinya konstan) karena menggunakan tenaga kerja berpengalaman dan peralatan yang lengkap.
3. Kecepatan produksinya lebih besar daripada kecepatan permintaannya agar terjadi penumpukan persediaan.
4. *Lead time* diketahui dengan pasti dan konstan karena sudah memiliki vendor langganan dengan jarak yang relative dekat dan waktu tempuh yang relative singkat sehingga lead time dapat dikendalikan.
5. Tidak diijinkan terjadi *stockout*/kekurangan persediaan untuk menjaga kepuasan pelanggan.
6. *Noninstantaneous receipt* (penerimaan dalam barang ke dalam penyimpanan terjadi secara berangsur-angsur) karena merupakan model *Economic Production Quantity* (EPQ), sedangkan *instantaneous receipt* untuk model *Economic Order Quantity* (EOQ).

Dengan parameter sebagai berikut:

$P$  =biaya pembelian

$R$  =permintaan tahunan

$H$  =biaya simpan

$C$  =biaya pesan

$p$  =kecepatan produksi

$r$  =kecepatan permintaan

## Pengembangan Model Persediaan

Fungsi tujuan total biaya persediaan yang dibatasi oleh kendala kapasitas penyimpanan

$$\text{Minimisasi } TC(Q, \lambda) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ(p-r)}{2p} + \lambda(wQ - W) \dots\dots\dots(3)$$

Fungsi tujuan Total biaya persediaan yang dibatasi oleh kendala investasi

$$\text{Minimisasi } TC(Q, \lambda) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ(p-r)}{2p} + \lambda(bQ - B) \dots\dots\dots(4)$$

Ukuran produksi ekonomis ( $Q^*$ ) untuk model yang dibatasi oleh kendala kapasitas penyimpanan sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CRp}{H(p-r) + 2pw\lambda}} \dots\dots\dots(5)$$

dengan  $w$  = kapasitas penyimpanan tiap *item*

Ukuran produksi ekonomis ( $Q^*$ ) untuk model yang dibatasi oleh kendala investasi sebagai berikut:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CRp}{H(p-r) + 2pb\lambda}} \dots\dots\dots(6)$$

dengan  $b$  = kemampuan investasi tiap *item*

## Posisi Penelitian

No	Judul Referensi	Model Persediaan	Jenis Item	Jenis Kendala	Keterangan
1	Penentuan Biaya Optimal Sistem Persediaan <i>Multi-Item</i> pada <i>Joint Replenishment Order</i> dengan Menggunakan <i>Multiple Interval Order</i> , Benny Santoso, 2010.	Economic Order Quantity (EOQ)	<i>Multi item</i>	Tanpa kendala	Solusi yang diperoleh menggunakan metode heuristic

2	<i>Production Planning, Control, and integration.</i> McGraw-Hill, Singapura. Sipper Daniel and Bulfin, Robert L, Jr (1998)	EOQ	<i>Multi item</i>	Kendala investasi dan kendala kapasitas gudang	Solusi diperoleh menggunakan metode lagrange ( $\lambda$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan)
3	<i>Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control</i> , Lynwood A Johnson and Douglas C Montgomery, 1974	EOQ	<i>Multi item</i>	Kendala investasi dan kendala kapasitas gudang	Solusi diperoleh menggunakan metode lagrange ( $\lambda$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan)
4	<i>Analysis and Control of Production Systems</i> , Elsayed A Elsayed and Thomas O Boucher, 1985	EOQ	<i>Multi item</i>	Kendala investasi dan kendala kapasitas gudang	Solusi diperoleh menggunakan metode lagrange ( $\lambda$ diperoleh dengan menggunakan rumus)
5	<i>Economic order quantity for multiple items in resource constraints</i> , Mukesh Bhagoria, CM Sadiwala, and VK Khare, 2010	EOQ	<i>Multi item</i>	kendala kapasitas gudang	Solusi diperoleh menggunakan metode lagrange ( $\lambda$ diperoleh dengan <i>increments</i> )
6	Optimisasi Model Persediaan <i>Economic Production Quantity (EPQ) Multi Item</i> dengan Kendala Investasi dan Kapasitas Penyimpanan.	Economic Production Quantity (EPQ)	<i>Multi item</i>	kendala kapasitas penyimpanan dan investasi	Solusi diperoleh menggunakan metode lagrange ( $\lambda$ diperoleh dengan <i>increments</i> )

#### DATA PENELITIAN

Data penelitian yang digunakan sebagai parameter pada penelitian ini meliputi data produksi, dari  $i=1$  menunjukkan item ke-1 sampai dengan  $i=3$  menunjukkan item ke-3. Notasi  $P_i$  menunjukkan data produksi dalam unit per tahun untuk item ke-1 sampai dengan item ke-3. Sedangkan notasi  $p_i$

menunjukkan data produksi dalam unit per hari untuk item ke-1 sampai dengan item ke-3. Data produksi dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Tabel Nilai Produksi yang dihasilkan untuk tiap item ke-i

Produksi		
i	Pi (unit/tahun)	pi (unit/hari)
1	156	0.624
2	18	0.072
3	36	0.144

Sebagai keterangan tambahan, kegiatan produksi dilakukan selama 250 hari dalam satu tahun.

Data penelitian berikutnya yang digunakan sebagai parameter adalah data biaya pesan. Notasi  $C_i$  menunjukkan biaya pesan dalam rupiah per pesan untuk item ke-1 sampai dengan item ke-3. Data biaya pesan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Tabel Biaya Pesan untuk tiap item ke-i

Biaya Pesan	
i	$C_i$ (Rp)
1	562,500
2	1,687,500
3	825,000

Data penelitian berikutnya yang digunakan sebagai parameter adalah data permintaan. Notasi  $R_i$  menunjukkan permintaan dalam unit per tahun untuk item ke-1 sampai dengan item ke-3. Data permintaan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Tabel Permintaan untuk tiap item ke-i

Permintaan		
i	$R_i$ (unit/tahun)	ri (unit/hari)
1	104	0.416
2	12	0.048
3	24	0.096

Data penelitian berikutnya yang digunakan sebagai parameter adalah data biaya pembelian. Notasi  $B_i$  menunjukkan biaya pembelian dalam rupiah untuk

item ke-1 sampai dengan item ke-3. Data biaya pembelian dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Tabel Biaya Pembelian untuk tiap item ke-i

Biaya Pembelian	
i	Bi (Rp)
1	160,000
2	700,000
3	60,000

Data penelitian berikutnya yang digunakan sebagai parameter adalah data volume penyimpanan. Notasi  $w_i$  berturut-turut merupakan volume penyimpanan untuk item ke-1 sampai dengan item ke-3. Data volume penyimpanan dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Tabel Volume Penyimpanan untuk tiap item ke-i

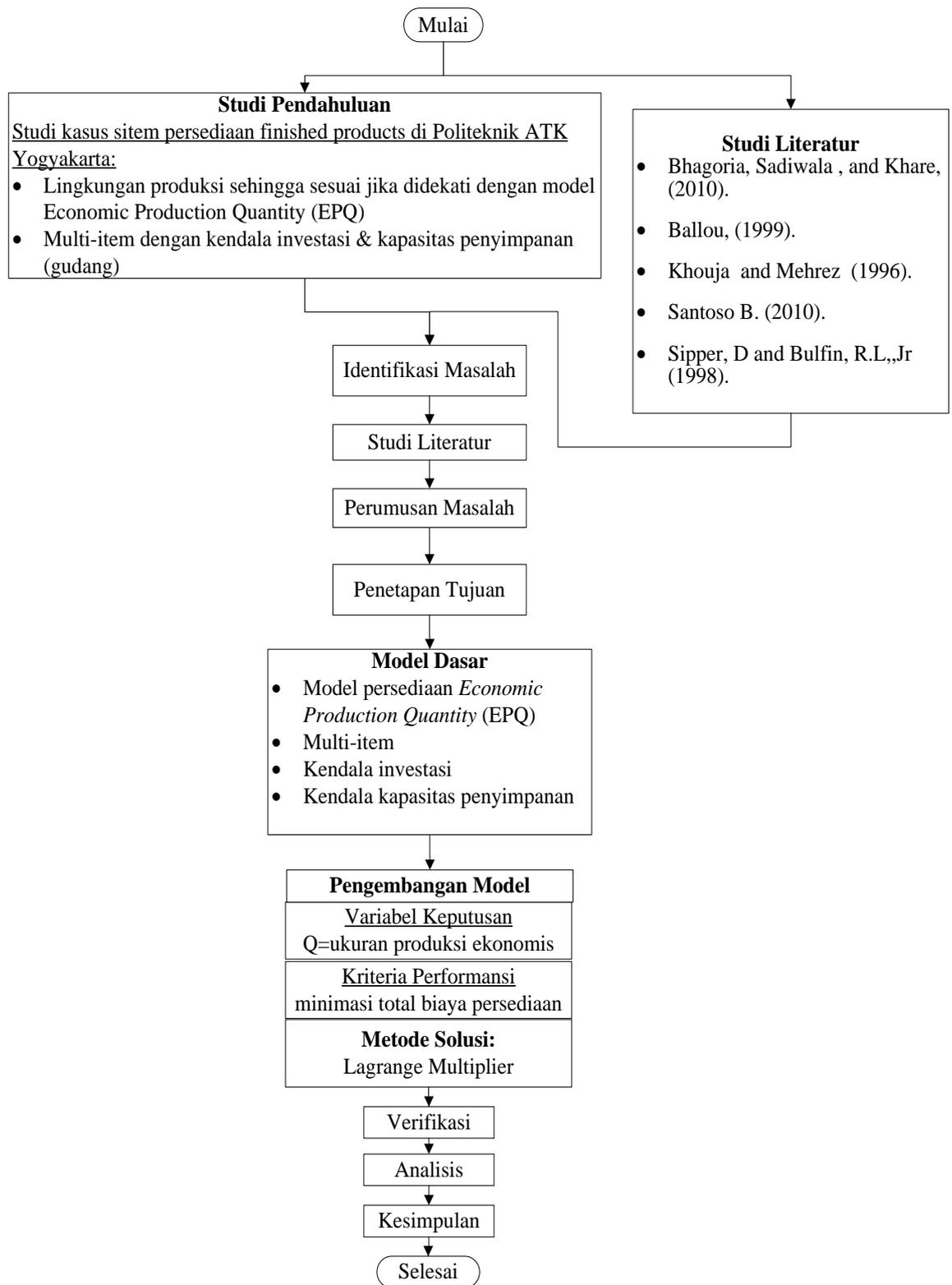
Volume	
i	$w_i$ (m <sup>3</sup> )
1	0.0640
2	0.0640
3	0.0640

Dari hasil wawancara diperoleh data kendala yang dihadapi dalam pengembangan model persediaan tersebut yaitu data kendala kapasitas penyimpanan dan kendala investasi sebagai berikut:

1. Kendala kapasitas penyimpanan,  $W=10,00$  m<sup>3</sup>
2. Kendala investasi,  $B=$  Rp.70 juta.

## **METODOLOGI PENELITIAN**

Mencakup langkah-langkah penelitian dan seterusnya dapat dilihat pada diagram alir penelitian pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alir Penelitian

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Prosedur untuk mendapatkan solusinya adalah sebagai berikut:

1. Selesaikan masalah tanpa kendala. Jika kedua kendala terpenuhi, maka solusi ini merupakan solusi optimal.
2. Jika tidak, masukkan satu kendala, misalnya kendala investasi, dan selesaikan masalah dengan satu kendala untuk mendapatkan nilai  $Q_i$ . Jika kendala luas gudang terpenuhi, maka solusi ini merupakan solusi optimal.
3. Jika tidak, maka ulangi proses tersebut hanya untuk kendala luas gudang
4. Jika kedua solusi dengan kendala tunggal di atas tidak menghasilkan solusi optimal, berarti kedua kendala tersebut aktif, sehingga digunakan persamaan lagrange.

Kendala kapasitas penyimpanan,  $W=10,00$  m<sup>3</sup>

Kendala investasi,  $B=$  Rp.70 juta.

Perhitungan  $Q$  optimal yang dibatasi oleh kendala kapasitas penyimpanan dengan EPQ dasar sebagai ditunjukkan pada tabel 6.

Tabel 6. Perhitungan  $Q$  optimal menggunakan EPQ dasar yang dibatasi oleh kendala kapasitas penyimpanan

i	$Q_i$ (unit)	$w_i$ (m <sup>3</sup> )	$Q_i \times w_i$
1	77.26	0.0640	4.9448
2	82.99	0.0640	5.3115
3	36.70	0.0640	2.3488
Jumlah=			<b>12.61</b>

Nilai  $Q_i$  diperoleh menggunakan persamaan (2)

Tabel 1.6. menunjukkan jumlah kapasitas penyimpanan (12,61) melebihi kendala kapasitas penyimpanan yang tersedia (10,00).

Perhitungan  $Q$  optimal yang dibatasi oleh kendala investasi dengan EPQ dasar sebagai berikut:

Tabel 7. Perhitungan Q optimal menggunakan EPQ dasar yang dibatasi oleh kendala investasi

i	Qi (unit)	Bi (Rp)	Qi x Bi (Rp)
1	77.26	160,000	12,361,890
2	82.99	700,000	58,094,750
3	36.70	60,000	2,202,040
Jumlah=			72,658,680

Tabel 7 menunjukkan bahwa jumlah investasi yang digunakan (Rp.72.658.680) melebihi kendala investasi yang tersedia (Rp.70.000.000).

Perhitungan Q optimal yang dibatasi oleh kendala penyimpanan dengan EPQ *lagrange multiplier* sebagai berikut:

Tabel 8. Perhitungan Q optimal menggunakan lagrange multiplier yang dibatasi oleh kendala kapasitas penyimpanan

i	Qi (unit)	wi (m3)	Qi x wi
1	66.59	0.0640	4.26
2	56.55	0.0640	3.62
3	33.08	0.0640	2.12
Jumlah=			10.00

Nilai Qi diperoleh menggunakan persamaan (1.5)

Perhitungan ini menggunakan nilai  $\lambda$  sebesar 5300.

Selanjutnya dilakukan pengecekan untuk mengetahui nilai Q optimal yang diperoleh terhadap kendala investasi.

Tabel 9. Pengecekan Q optimal yang diperoleh terhadap kendala investasi

i	Qi (unit)	Bi (Rp)	Qi x Bi
1	66.59	160,000	10,654,733.57
2	56.55	700,000	39,585,861.49
3	33.08	60,000	1,984,908.79
Jumlah=			52,225,503.85

Dari hasil perhitungan di atas diketahui bahwa nilai Q yang diperoleh juga memenuhi kendala investasi. Dengan demikian, nilai-nilai Q yang diperoleh

tersebut merupakan nilai-nilai optimalnya, yang meminimumkan total biaya persediaan dan memenuhi kendala kapasitas penyimpanan dan kendala investasi.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

Dari hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa diperoleh penghematan biaya sebesar  $((Rp.72.658.680 - Rp.52.225.503) / (Rp.72.658.680)) \times 100\% = 28,1221\%$ .

Selain itu, diperoleh juga penghematan ruang penyimpanan sebesar  $= ((12,61 - 10,00) / (12,61)) \times 100\% = 20,68\%$ . Sedangkan untuk saran, dapat dilakukan penambahan kendala lainnya untuk pengembangan model persediaan berikutnya.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Ballou, R.H., 1999. *Business Logistics Management, Planning, Organizing, and Controlling the Supply Chain*.
- Benny Santoso, 2010. Penentuan Biaya Optimal Sistem Persediaan Multi-Item pada Joint Replenishment Order dengan Menggunakan Multiple Interval Order.
- Daellenbach, H.G., dan McNickle, D.C. (2005). *Management Science: Decision making through systems thinking*, Palgrave Macmillan.
- Elsayed, E.A., and Boucher, T.O., (1985). *Analysis and Control of Production Systems*.
- Moutaz Khouja and Abraham Mehrez, 1996. *Optimal Inventory Policy under Different Supplier Credit Policies*.
- Mukesh Bhagoria, CM Sadiwala, and VK Khare, *Economic order quantity for multiple items in resource constraints*.
- Nahmias, S., (1997), *Production and Operations Analysis*, 3<sup>rd</sup> ed, McGraw-Hill International Edition
- Sipper, D and Bulfin, R.L., Jr (1998). *Production Planning, Control, and Integration*. McGraw-Hill, Singapura.
- Tersine, R.J., 1994., *Principles of Inventory and Materials Management*, 4<sup>th</sup> ed, Prentice-Hall.

Starr,M.K., Miller,D.W., (1974), *Inventory Control: Theory and Practice*,  
Prentice-Hall of India Private Limited, New Jersey.